

Approfondimento capitolo 6

6.1 Dalla curva del prodotto totale alla curva del costo variabile totale (testo: pag 146, dopo il paragrafo “costo medio unitario” del libro).

Graficamente è possibile ricavare la curva del costo variabile totale a partire dalla curva del prodotto totale. Questo non ci deve stupire perché, come abbiamo già visto a proposito del costo medio e del costo marginale, le curve del prodotto influenzano l'andamento delle curve del costo. Se infatti nel breve periodo la produttività del lavoro cresce, mano a mano che è utilizzato più lavoro, il prodotto totale cresce ad un tasso crescente. Ma questo significa che il costo, associato all'incremento del lavoro impiegato, cresce ad un tasso decrescente. Viceversa se la produttività del lavoro decresce, il costo cresce ad un tasso crescente. Di conseguenza quando la curva **PT** è concava verso l'alto, la curva **CV** è concava verso il basso e quando la curva **PT** è concava verso il basso la curva **CV** verso il basso.

Nel grafico I della figura 6.1) è disegnata una curva del prodotto totale di breve periodo. Nel grafico II è tracciata una retta a 45°, cioè con pendenza pari a 1. La particolarità di questa retta è che in ogni suo punto il valore segnato sull'asse delle ascisse è uguale a quello segnato sull'asse delle ordinate. Per questo motivo i valori delle quantità prodotte determinati nel grafico I possono essere riportati sull'asse delle ascisse nel grafico II.

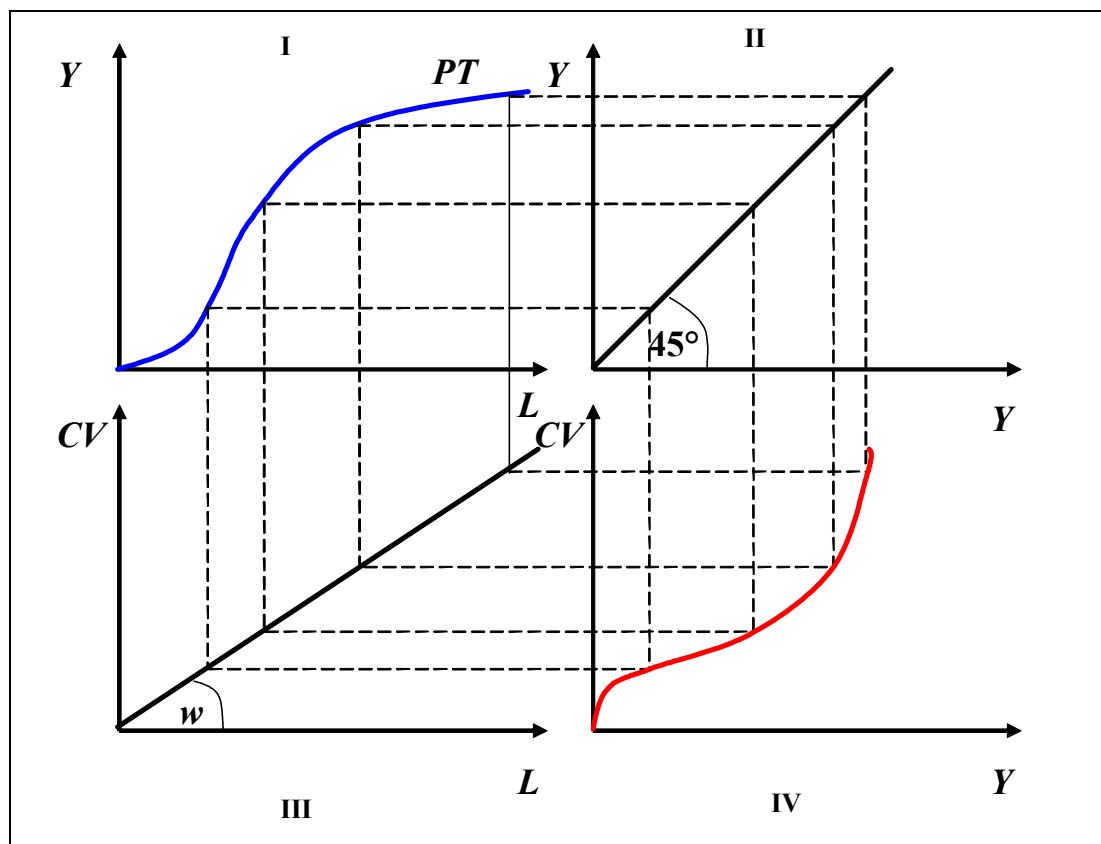


Figura 6.1

Il grafico **III** riporta una retta con pendenza pari al saggio di salario w . Per ogni quantità di lavoro impiegata, riportata dall'asse delle ascisse nel grafico **I** all'asse delle ascisse nel grafico **III**, possiamo quindi trovare sull'asse delle ordinate di quest'ultimo il valore di wL , cioè del costo variabile CV . Siamo ora in grado di disegnare nel grafico **IV** la curva del costo variabile, che mette in relazione, come sappiamo, quantità prodotte e costi. Partendo da un punto della curva del prodotto totale, passando per il grafico **II**, possiamo riportare sull'asse delle ascisse del grafico **IV** la quantità prodotta e, passando per il grafico **III**, possiamo riportare sull'asse delle ordinate del grafico **IV** il relativo costo variabile. Il punto che ha le coordinate così trovate nel grafico **IV** è quindi il punto nella curva del costo variabile che corrisponde al punto di partenza nella curva del prodotto totale. Ripetendo questo procedimento per qualsiasi punto della curva del prodotto totale, otteniamo quindi le relative coordinate nel grafico dei costi variabili. Unendo tra loro i punti così trovati otteniamo la curva del costo variabile, che, come ci aspettavamo, è in un primo tratto concava verso il basso (quando il costo marginale è decrescente) e poi concava verso l'alto (quando il costo marginale diviene crescente).

Dalla curva del costo variabile si può ricavare facilmente la curva del costo totale, sommando i costi fissi. Come si vede nella figura 6.2), i costi fissi sono una retta orizzontale (dato che non variano al variare della quantità prodotta), che interseca l'asse delle ordinate al valore dei costi fissi medesimi, che restano costanti sia quando la quantità prodotta è pari a zero, sia quando è molto alta. La curva dei costi totali, di conseguenza, è ottenuta dalla curva dei costi variabili spostando ogni suo punto verso l'alto di una quantità pari ai costi fissi. In altre parole la curva dei costi totali mantiene la stessa forma e lo stesso andamento della curva dei costi variabili, ma interseca l'asse delle ordinate ad un valore pari ai costi fissi.

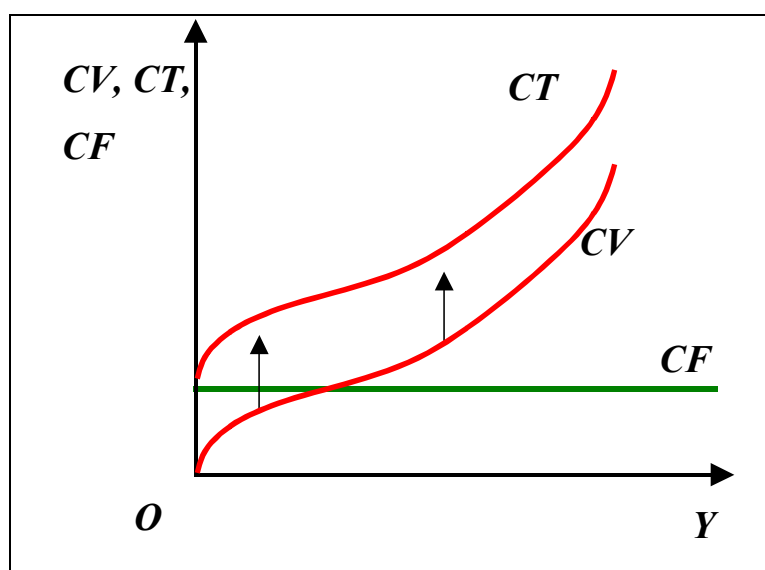


Figura 6.2

Dato che la curva dei costi fissi è una retta orizzontale la curva dei costi fissi medi è un'iperbole equilatera, come mostrato dalla figura 6.3). Infatti in ogni punto della curva il prodotto tra il valore misurato sull'asse delle ordinate ($cf=CF/Y$) e il valore misurato sull'asse delle ascisse (Y) è costante, essendo uguale, come è facile verificare, ai costi fissi stessi.

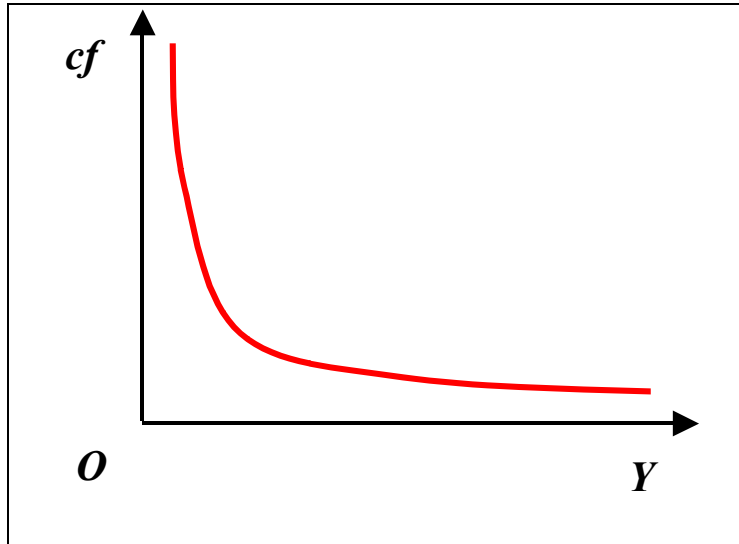


Figura 6.3

6.2 Esercitazione sui costi, sui ricavi e sulla massimizzazione del saggio di profitto (pag. 150 del libro, prima del paragrafo 9)

Per esercitarsi su quanto abbiamo visto fino ad ora sui costi, si immagini che la funzione di produzione di un'impresa A corrisponda alla seguente equazione:

$$6.1 \quad CT = 4Y^3 - 32Y^2 + 100Y + 200$$

Il costo totale dipende dalla quantità Y prodotta. Il costo fisso, che non varia al variare della quantità, è nell'equazione che precede pari a **200**. Ovviamente l'esempio non pretende di riferirsi a nessun caso concreto: l'equazione è stata scelta perché permette di disegnare una curva dei costi totali con le caratteristiche discusse precedentemente

La tabella che segue riporta i valori del costo totale in funzione di una serie di quantità prodotte:

Y	CT
0	200
1	272
2	304
3	320
4	344
5	400
6	512
7	704
8	1000
9	1424
10	2000

Tabella 6.1

Con i dati della tabella sopra riportata possiamo facilmente disegnare il grafico della curva del costo totale di breve periodo per l'impresa *A*:

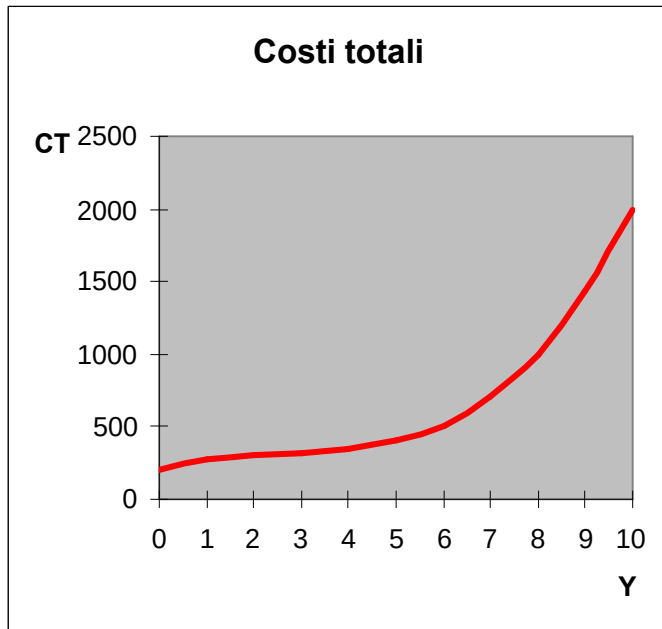


Figura 6.4

Dall'equazione 6.1 si possono facilmente ricavare l'equazione dei costi medi unitari e l'equazione dei costi medi variabili.

Poiché $cme = CT/Y$ si ottiene

$$6.2 \quad cme = 4Y^2 - 32Y + 100 + 200/Y$$

e poiché $cv = CV/Y$ abbiamo

$$6.3 \quad cv = 4Y^2 - 32Y + 100$$

Anche in questo caso riportiamo una tabella dei costi medi unitari e dei costi medi variabili per le diverse quantità prodotte del bene.

Y	cme	cv
0		
1	272	72
2	152	52
3	107	40
4	86	36
5	80	40
6	85	52
7	101	72
8	125	100
9	158	136
10	200	180

Tabella 6.2

Il grafico mostra il classico andamento ad U delle curve dei costi medi unitari e dei costi medi variabili.

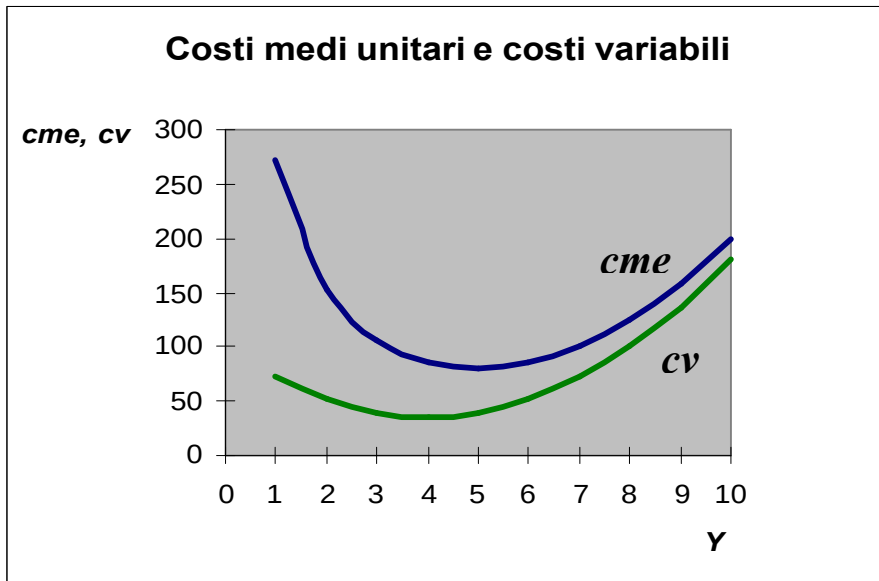


Figura 6.5

Infine possiamo ricavare i costi marginali, ricordando che essi sono la derivata prima del costo totale:

$$6.4 \text{ } cma = \frac{dCT}{dY} = 12Y^2 - 64Y + 100$$

la relativa tabella è la seguente:

Y	cma
0	
1	48
2	20
3	16
4	36
5	80
6	148
7	240
8	356
9	496
10	660

Tabella 6.3

Possiamo quindi disegnare il grafico dei costi marginali:

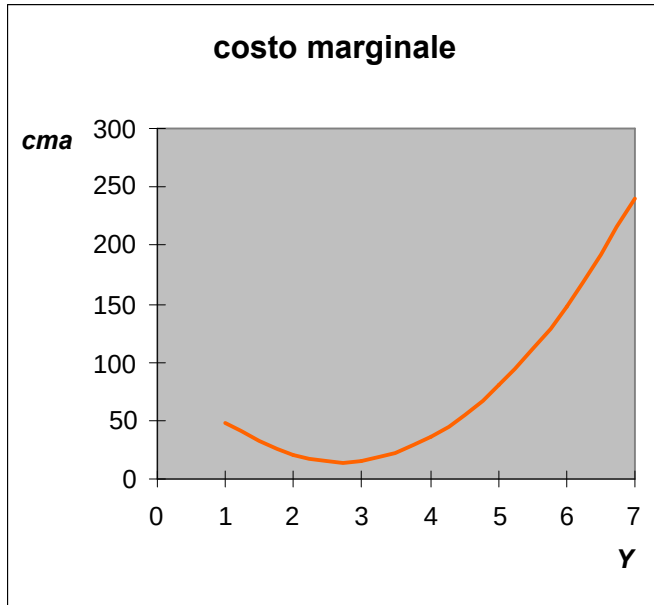


Figura 6.6

Per verificare alcune relazioni tra le curve conviene riunirle in un unico grafico

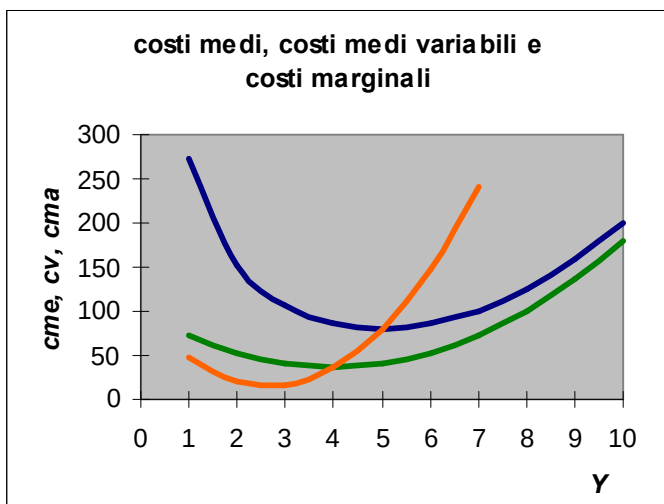


Figura 6.7

Possiamo vedere subito che il costo medio variabile raggiunge il suo minimo quando eguaglia il costo marginale

Infatti il minimo di cv si trova ponendo la sua derivata pari a zero:

$$6.5) \frac{dcv}{dY} = \frac{d(4Y^2 - 32Y + 100)}{dY} = 8Y - 32 = 0$$

La quantità che minimizza il costo variabile medio è dunque: $Y = 32/8 = 4$.

Di conseguenza il costo variabile medio minimo è $cv = 4 \cdot 16 - 32 \cdot 4 + 100 = 36$

Possiamo poi facilmente verificare che anche il costo marginale, quando $Y = 4$ è pari a 36, cioè al costo variabile medio: $12 \cdot 16 - 64 \cdot 4 + 100 = 36$.

Come si vede dalla figura 6.7), inoltre, il minimo dei costi medi unitari è raggiunto quando $Y=5$ e $cme=80$ con $Y=5$. Con la medesima quantità prodotta, anche $cma = 80$

Infine il punto di minimo dei costi marginali, che corrisponde al punto di flesso nella curva dei costi totali (cioè al punto in cui la curva da concava verso il basso diviene concava verso l'alto), si trova nel seguente modo:

$$6.6) \frac{dcma}{dY} = \frac{d(12Y^2 - 64Y + 100)}{dY} = 24Y - 64 = 0$$

In questa equazione si ottiene un valore di $Y=2,66$, minimo di cma .

Immaginiamo ora che la curva dei ricavi totali dell'impresa A sia :

$$6.7 \quad RT=148Y$$

Ovviamente possiamo ricavare i ricavi medi ($\frac{RT}{Y}$) e i ricavi marginali ($\frac{dRT}{dY}$)

$$6.8) \quad rme=rma=148$$

I relativi grafici sono i seguenti

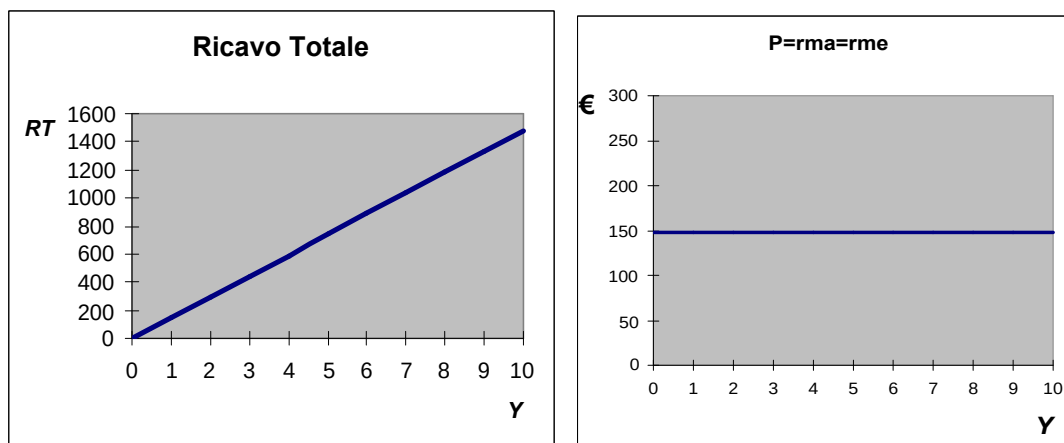


Figura 6.8

Possiamo ora sovrapporre i grafici del ricavo totale e del costo totale. Come si vede nella figura 6.9 il costo totale in un primo momento è maggiore del ricavo totale; in seguito il ricavo totale diviene superiore al costo totale (cioè i profitti divengono positivi) ed infine il costo totale torna ad essere superiore al ricavo totale.

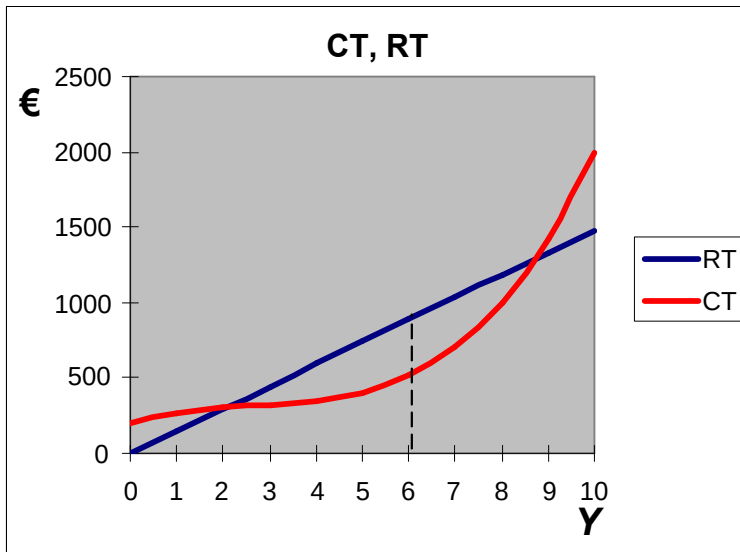


Figura 6.9

Possiamo determinare il profitto Π come la differenza tra i ricavi totali e i costi totali:

$$6.9 \quad \Pi = RT - CT = 148Y - (4Y^3 - 32Y^2 + 100Y + 200)$$

Il grafico della funzione è:

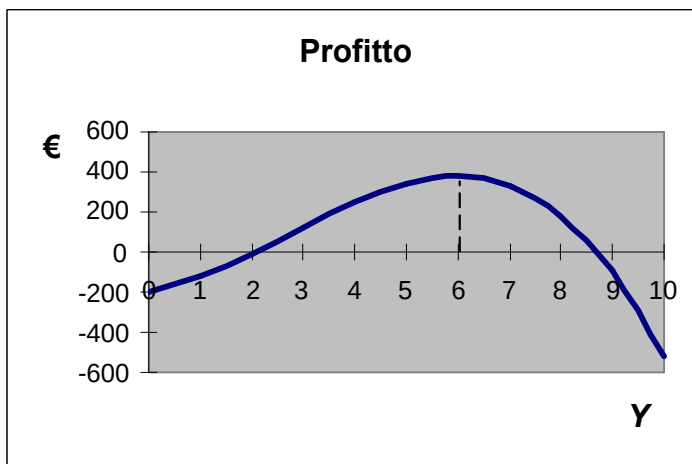


Figura 6.10

Il massimo della funzione del profitto si trova ponendo uguale a zero la sua derivata prima (diamo per scontato che il valore della derivata seconda sia <0 come il lettore può facilmente verificare).

$$6.10 \quad \frac{d\Pi}{dY} = \frac{d[148Y - (4Y^3 - 32Y^2 + 100Y + 200)]}{dY} = 148 - (12Y^2 - 64Y + 100) = -12Y^2 + 64Y + 48 = 0$$

Ricordando che la formula per risolvere le un'equazione del tipo $aY^2 + bY + c$ è

$$X_{(1,2)} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \text{ la soluzione è la seguente:}$$

$$\frac{-64 \pm \sqrt{64^2 - 4 \cdot 48 \cdot (-12)}}{2 \cdot (-12)} = \frac{-64 \pm \sqrt{4096 + 2304}}{-24} = \frac{-64 \pm \sqrt{6400}}{-24} = \frac{-64 \pm 80}{-24}. \text{ Poiché solo i}$$

valori positivi di Y sono economicamente significativi, l'unica soluzione che ci interessa è

$$\frac{-64 - 80}{-24} = \frac{-144}{-24} = 6.$$

La quantità che massimizza il profitto per l'impresa A è 6.

Ovviamente lo stesso risultato si sarebbe ottenuto ponendo $cma=p$.

6.10 bis $12Y^2 - 64Y + 100 = 148$

L'equazione 6.10 bis), come si vede subito, è equivalente alla 6.10).

Di seguito riportiamo il grafico dell'equilibrio di breve periodo relativo a questo esempio

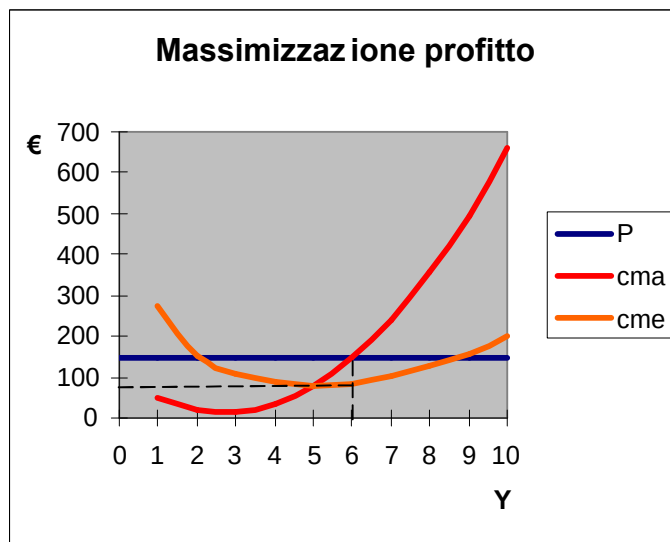


Figura 6.11

Per calcolare i profitti ottenuti dall'impresa conviene calcolare prima i costi medi unitari relativi alla quantità prodotta di 6 dall'equazione 6.2): $4 \cdot 36 - 32 \cdot 6 + 100 + 200/6 = 85,3$. Il profitto unitario è dato dal prezzo meno il costo medio unitario ($148 - 85,3$) ed è pari a 62,7. I profitti totali sono dati dalla moltiplicazione dei profitti unitari per la quantità: $62,7 \cdot 6 = 376,2$.

Come sappiamo, nel breve periodo l'impresa avrebbe avuto convenienza a continuare la produzione anche in presenza di perdite, purché inferiori ai costi fissi. Questa situazione si verifica quando il prezzo è inferiore al minimo dei costi medi unitari, ma superiore al minimo dei costi medi variabili.

Supponiamo che il prezzo del bene prodotto dalla nostra impresa A sia € 55. Come abbiamo visto nelle pagine precedenti il costo medio unitario minimo è 80 mentre il costo medio variabile minimo è 36. Poiché $cv < p < cme$ l'impresa minimizza le perdite producendo quella quantità per la quale $p = cma$.

Poniamo quindi $12Y^2 - 64Y + 100 = 55$; cioè $12Y^2 - 64Y + 45 = 0$.

La soluzione dell'equazione di II grado è $\frac{64 \pm \sqrt{(-64)^2 - (4 * 12 * 45)}}{2 * 12} = \frac{64 \pm \sqrt{4096 - 21600}}{24} =$

$$\frac{64 \pm \sqrt{1936}}{24} = \frac{64 \pm 44}{24}.$$

Le due soluzioni sono 1) $\frac{108}{24} = 4,5$ e 2) $\frac{20}{24} = 0,83$

La soluzione 2) è un punto in cui la curva dei costi medi è decrescente (cioè prima del punto di minimo: cfr. equazione 6.6), quindi la soluzione che ci interessa è la 1), cioè **4,5**. A questo livello della produzione il costo medio unitario è $cme = 4 * 4,5 - 32 * 4,5 + 100 + 200 / 4,5 = 81,4$. Il profitto (negativo) unitario è $55 - 81,4 = -26,4$. La perdita totale è quindi $26,4 * 4,5 = 119$. La perdita totale è minore di $CF = 200$.

6.5 Esercitazione no. 2 (di seguito)

Quella che segue è un'esercitazione con un'equazione dei costi più semplice. Supponiamo che la curva dei costi totale sia $CT = Y^2 + 2Y + 49$ e il prezzo sia $p = 22$.

Si devono trovare 1) La quantità che massimizza il profitto, 2) Il costo medio corrispondente a quella quantità, 3) Il profitto totale, 4) Il costo totale, 5) Il ricavo totale, 6) Il punto di minimo della funzione del costo medio.

In questo caso è molto semplice calcolare il costo marginale $\frac{d(Y^2 + 2Y + 49)}{dY} = 2Y + 2$. La quantità che massimizza il profitto si trova uguagliando il costo marginale al prezzo: $2Y + 2 = 22$; $Y = 20 / 2 = 10$. L'equazione del costo medio è $cme = Y + 2 + 49 / Y$. Per la quantità che massimizza il profitto si ha $10 + 2 + 49 / 10 = 16,9$. Il profitto unitario è $22 - 16,9 = 5,1$. Per le 10 unità prodotte il profitto totale è **51**. Il costo totale è $16,9 * 10 = 169$. Il ricavo totale è $22 * 10 = 220$. Infine il costo medio unitario minimo si ha nel punto in cui il costo medio minimo eguaglia il costo marginale: $cma = cme = 2Y + 2 = Y + 2 + 49 / Y$; $Y = 49 / Y$; $Y^2 = 49$; $Y = 7$.

Il grafico è il seguente:

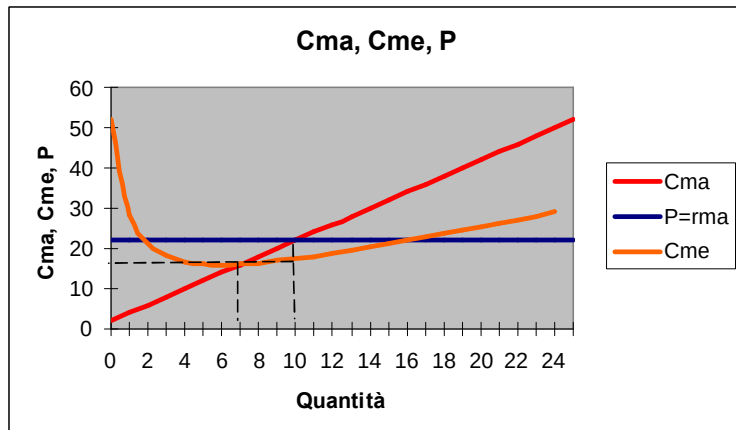


Figura 6.12